

**DM-01-10** ► 設  $d = \gcd(826, 1890)$ ，試求  $d$  值，並將  $d$  表示成 826 和 1890 的一個線性組合。

【解】 利用輾轉相除法求  $d = \gcd(826, 1890) = 14$  如下：

$$1890 = 826 \cdot 2 + 238$$

$$826 = 238 \cdot 3 + 112$$

$$238 = 112 \cdot 2 + 14$$

$$112 = 14 \cdot 8 + 0$$

反推回去，其過程如下：

$$\begin{aligned} 14 &= 238 - 112 \cdot 2 \\ &= 238 - (826 - 238 \cdot 3) \cdot 2 \\ &= 238 \cdot 7 + 826 \cdot (-2) \\ &= (1890 - 826 \cdot 2) \cdot 7 + 826 \cdot (-2) \\ &= 826 \cdot (-16) + 1890 \cdot 7 \end{aligned}$$

所以得

$$826 \cdot (-16) + 1890 \cdot 7 = 14$$

故  $(x_0 = -16, y_0 = 7)$  為  $826x + 1890y = 14$  的一組整數解。因為  $\gcd(826, 1890) = 14$ ，利用定理 5 可求得其所有整數解的集合為

$$S = \{(x, y) \mid x = -16 - \frac{1890}{14}k, y = 7 + \frac{826}{14}k, k \in \mathbb{Z}\}$$

換言之，即 14 可表示成 826 和 1890 的線性組合如下：

$$14 = 826 \cdot (-16 - 135k) + 1890 \cdot (7 + 59k)$$

其中  $k \in \mathbb{Z}$ 。

□

賴志松提供