

DM-03-14 ▶ 設集合 Σ 表示有限個符號所構成之集合。設 Σ^* 表示由集合 Σ 中符號所造出的所有字串所成之集合。試證明 Σ^* 為一可數集合。

【證明】 因為 Σ 是一個有限個符號所構成之集合，根據定義， Σ 是一可數集合且其基數 (cardinality) 為 $|\Sigma|$ 。對每一 $i \in \mathbb{N}$ ，令 Σ_i 表示由集合 Σ 中的符號所造出長度為 i 之所有字串所成之集合。則 Σ_i 之基數為 $|\Sigma_i| = |\Sigma|^i$ ，故 Σ_i 亦為一有限集合。同樣根據定義， Σ_i 是一可數集合。根據定理 13，因為可數個可數集合的聯集仍為一個可數集合，得證 $\Sigma^* = \bigcup_{i=1}^{\infty} \Sigma_i$ 為一可數集合。

□

張肇明提供