

DM-04-02 ▶ 設 $F = \{f \mid f : \{1, 2, 3, \dots, n\} \rightarrow X \text{ 為一函數}\}$ ，其中 X 為一任意給定的集合。在 F 上定義二元關係 ρ 為

$$f \rho g \Leftrightarrow \text{存在恰有一個 } i, 1 \leq i \leq n, \text{ 使得 } f(i) \neq g(i)$$

試問 ρ 是否為一等價關係，證明您的答案。

【證明】若 ρ 為一等價關係，則 ρ 必須具備反身性、對稱性及遞移性。很顯然的，根據上述所定義之二元關係不具有反身性。因為對任一屬於 F 之函數 f 而言，若 f 之定義明確 (well-defined) 的話，則任一介於 1 至 n 之間的整數 i 必定滿足 $f(i) = f(i)$ 。換言之，不會存在恰有一個 i 使得 $f(i) \neq f(i)$ ，即 $f \rho f$ 關係不成立。故， ρ 不是等價關係。

□

張肇明提供