

DM-04-13 ▶ 設 (A, \preceq) 為一個偏序集，而且 A 為有限集合，試證明 (A, \preceq) 同時存在最大和最小元素。

【證明】 令 $a \in A$ 為任一元素。若 a 不是最大元素，根據定義，存在另一元素 $a_1 \in A$ 使得 $a \prec a_1$ 。若 a_1 不是最大元素，再次根據定義，存在另一元素 $a_2 \in A$ 使得 $a_1 \prec a_2$ 。同樣的類似情形繼續下去。因為 A 是一個有限集合，最後這個程序必需停止，而且當停止的時候即出現最大元素。同理可證， (A, \preceq) 存在最小元素。

□

張肇明提供