

DM-04-14 ► 試證任一個偏序集若有至高元素 (至低元素) 則該元素必唯一。

【證明】 令  $(A, \preceq)$  為任一個偏序集且  $a \in A$  為一至高元素。根據至高元素的定義知，對  $A$  中的每一元素  $x$  恆有  $x \preceq a$ 。今假設  $(A, \preceq)$  中存在有兩個以上至高元素，令  $a$  與  $b$  分別是其中兩個不同的至高元素。則由前述定義得  $b \preceq a$  且  $a \preceq b$  成立。因為  $(A, \preceq)$  是一個偏序集， $\preceq$  具有反對稱性，故  $a = b$ 。這與前述假設  $a$  與  $b$  為不同元素相互矛盾。故得證任一個偏序集若有至高元素則該元素必唯一。同理可證，任一個偏序集若有至低元素則該元素亦必唯一。

□

張肇明提供